Esercizi su integrali doppi: formule di riduzione

Riccarda Rossi

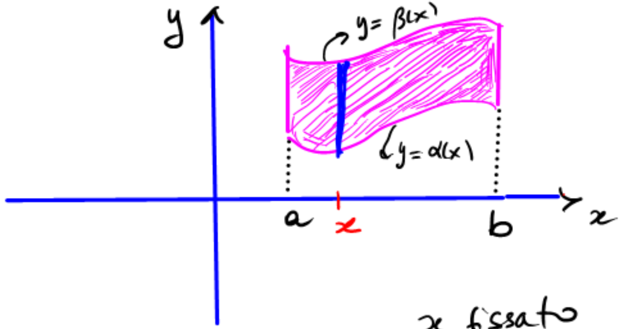
Università di Brescia

Analisi II

Formule di riduzione (1)

Domini normali rispetto all'asse x

$$T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ a \le x \le b, \quad \alpha(x) \le y \le \beta(x)\}$$



Si ha

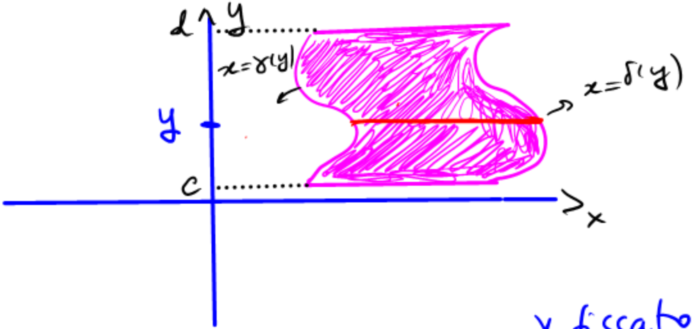
x fissato

$$\iint_T f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y = \int_a^b \left(\int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} f(x,y)\,\mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x$$

Formule di riduzione (2)

Domini normali rispetto all'asse y

$$T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ c \leq y \leq d, \quad \gamma(y) \leq x \leq \delta(y)\}$$



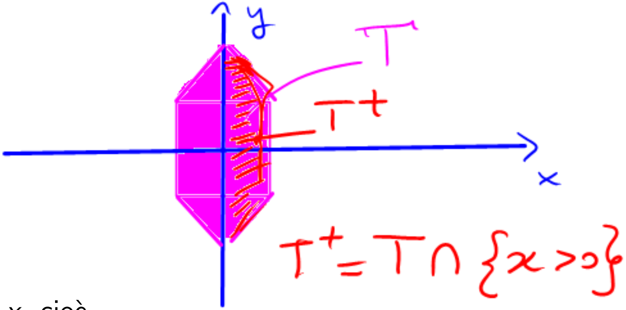
Si ha

y fissato

$$\iint_T f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y = \int_c^d \left(\int_{\gamma(y)}^{\delta(y)} f(x,y)\,\mathrm{d}x \right) \mathrm{d}y$$

Simmetrie (I)

Supponiamo che T sia simmetrico rispetto all'asse delle y



e che f sia pari in x, cioè

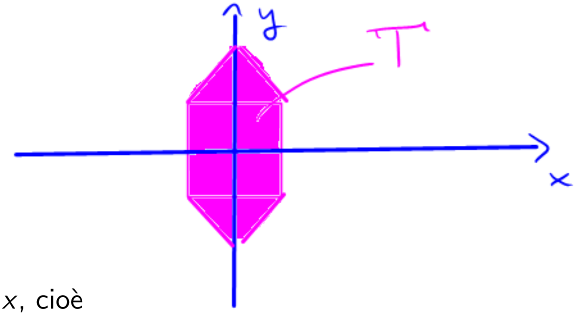
$$f(x, y) = f(-x, y) \quad \forall (x, y) \in T.$$

Allora

$$\iint_T f(x, y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y = 2 \iint_{T^+} f(x, y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$$

Simmetrie (I)

Supponiamo che T sia simmetrico rispetto all'asse delle y



e che f sia DISpari in x, cioè

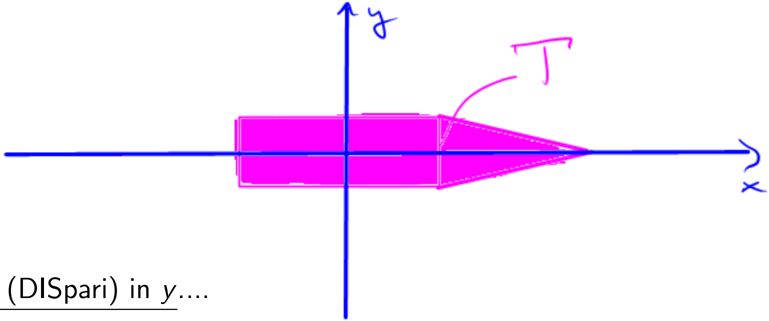
$$f(x,y) = -f(-x,y) \quad \forall\,(x,y) \in T.$$

Allora

$$\iint_T f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y = 0.$$

Simmetrie (II)

Analogamente per T simmetrico rispetto all'asse delle x



e f pari (DISpari) in y....